

## Экзамен (итоговый модуль)

Мероприятие проходит в экзаменационную сессию.

Билет состоит из трёх заданий разного уровня сложности (10 баллов — средний уровень), из разных разделов курса. Максимально возможные баллы указаны напротив каждого задания, остальное зависит от корректности и полноты ответа.

### Пример 1:

	Баллы
1. Что такое функция Эйлера? Для каких чисел она определена? Выведите формулу для вычисления $\varphi(n)$ , $n = p_1^{\alpha_1} \cdot \dots \cdot p_k^{\alpha_k}$ . Известно, что $n = p \cdot q$ , $p$ и $q$ — простые. Найдите $p$ и $q$ , если $n = 418823$ , $\varphi(n) = 417480$ .	12
2. Что такое декартово произведение двух множеств; $n$ множеств? Приведите примеры. Если $ A_1 \times A_2 \times \dots \times A_{10}  = 25$ , сколько возможно различных наборов $( A_1 ,  A_2 , \dots,  A_{10} )$ ?	8
3. Чему равна сумма всех пятизначных чисел, не содержащих цифр 0, 1, 5, 9? Цифры могут повторяться.	10

### Пример 2:

	Баллы
1. Что такое отображение $f : X \rightarrow Y$ ? Сколько можно задать отображений, если $ X  = 7$ , $ Y  = 4$ ? Какое отображение называется сюръективным? Как должны соотноситься мощности конечных множеств $X$ и $Y$ , чтобы можно было задать сюръекцию? Является ли соответствие $n! : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ сюръективным отображением? Ответ обоснуйте.	7
2. Упростите выражение: $\sum_{k=0}^n \frac{\binom{n}{k}^2}{k+1}$ .	11
3. Сколькими способами можно раскрасить поля шахматной доски ( $8 \times 8$ ) восемью цветами так, чтобы на каждой горизонтали <i>все</i> цвета были различны <b>и</b> ни на одной вертикали не было двух одинаковых цветов <i>подряд</i> ? Запишите итоговую формулу как можно компактнее; досчитывать до числа не нужно.	12

Для студента, получившего **менее 18** баллов, экзамен завершается с оценкой «неудовлетворительно».